

Елена Игоревна Кузьминова

Екатерина Иосифовна Тимко

Надежда Шотовна Паукова

Взаимосвязь

предмета физики и

математики

2020

Авторы: Елена Игоревна Кузьмина,
Екатерина Иосифовна Тимко,
Надежда Шотовна Паукова

Методические материалы «Взаимосвязь предмета физики и математики», 2020.
– с. 20

Основная цель данного методического пособия – отразить важность интегрированных уроков в процессе изучения математики и физики, а также процессе подготовки к ОГЭ и ЕГЭ. В пособии рассматриваются основные цели, представлена краткая характеристика таких уроков. Выделены виды предметной связи между математикой и физикой. В статье показаны примеры математического материала, который вызывает наибольшую трудность в курсе физики 7 – 9 классов

Е.И. Кузьмина, Е.И. Тимко, Н.Ш. Паукова, 2020

«Так много в математике физики,
Как много в физике математики,
И я уже перестаю находить
Разницу между этими науками».

А. Эйнштейн

На самом деле, если взять слова Эйнштейна, сходства этих двух наук огромные.

Физика описывает устройство мира и его законы, математика помогает всё это вычислить. Эти два предмета постоянно дополняют друг друга и тесно пересекаются.

Изучая математику в 5, 6 классе, дети плавно переходят к изучению физики в 7 классе, где они уже сталкиваются с знакомыми значениями и даже некоторыми формулами. Если ученик не научился применять математические знания, то он не сможет решить простейшую физическую задачу.

Математика и физика помогает формировать в детях логическое мышление, учить моделировать процессы, происходящие в повседневной жизни, а также формирует расчётно-измерительные умения.

Математика и физика

1 Умения и навыки вычисления значений выражений по заданным формулам

2 Нахождение неизвестных компонентов

3 Параллельность и перпендикулярность прямых

4 Симметрия

5 Проценты

6 Отношения и пропорции

7 Показательные уравнения

8 Чтение графиков функций

9 Перевод из одних единиц измерения в другие. Масса, время, длина, площадь, объём, скорость.

В математике и физике одинаково используем степени с основанием числа 10:

Число	Название числа
10^3	Тысяча
10^6	Миллион
10^9	Миллиард
10^{12}	Триллион
10^{15}	Квадриллион
10^{18}	Квинтиллион
10^{21}	Секстиллион
10^{24}	Септиллион

Сокращенные обозначения метрических единиц:

Приставка	Обозначения	Множитель
Микро-	мк	0,000001
Милли-	м	0,001
Санتي-	с	0,01
Деци-	д	0,1
Кило-	к	1000
Мега-	М	1000000

Метрическая система мер тоже используется как в физике, так и в математике:

Меры длины	Меры площади
1 км = 1000 м	1 км ² = 1000000 м ²
1 м = 10 дм = 100 см	1 м ² = 100 дм ² = 10000 см ²
1 дм = 10 см	1 га = 100 а = 10000 м ²
1 см = 10 мм	1 а = 100 м ²

Меры объёма	Меры массы
1 м ³ = 1000 дм ³ = 1000000 см ³	1 т = 1000 кг
1 дм ³ = 1000 см ³	1 ц = 100 кг
1 л = 1 дм ³	1 кг = 1000 г
1 см ³ = 1000 мм ³	1 г = 1000 мг

Многие темы на уроках физики переплетаются с математическими понятиями:

Физика	Математика
Равноускоренное движение	Линейная функция, производная функция
Взаимодействие тел, движение, электродинамика	Прямая и обратная пропорциональная зависимость
Электростатика, механика	Векторы, действия над векторами, метод координат, уравнения и неравенства, производная, функция, графики функции
Оптика	Симметрия, подобие фигур, гомотетия

Очень схожи задачи физики и математики по теме: «Скорость. Единицы скорости. Расчёт пути времени движения», но решения разные, например:

Задача по физике. Найдите скорость мотоцикла, если путь, пройденный мотоциклистом за 15 минут равен 5,4 км?

Дано: | «СИ» | Решение

$$S = 5,4 \text{ км} \mid 5400 \text{ м} \mid V = S / t$$

$$t = 15 \text{ мин} \mid 900 \text{ с} \mid V = 5400 \text{ м} / 900 \text{ с} = 6 \text{ м/с}$$

V-? | Ответ: 6 м/с.

Задача по математике. Возьмём условие задачи практически тоже самое, что и в предыдущей задаче, но изменим числа, для удобства решения.

Найдите скорость мотоцикла, если путь, пройденный мотоциклистом за 2 часа равен 80 км?

Решение в одно действие: Формула для расчёта $V = S / t$

$$80 : 2 = 40 \text{ (км/ч)} - \text{ скорость мотоциклиста.}$$

Ответ: 40 км/ч.

Из приведенных задач видно, что условие одинаковое (учесть то, что изменили числа), формула идентична с предыдущей задачей, но решения отличаются. Тем самым, можно с уверенностью сказать, что физика и математика безусловно взаимосвязаны друг с другом.

Таких примеров решения задач можно привести множество, но мне бы хотелось остановиться на более важной теме, которая объединяет эти два предмета, это конечно же построение графиков.

Графиком называется множество точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

График – международный язык техники. Графическое представление в области физики, способствует развитию абстрактного мышления, умения анализировать, сравнивать, находить более легких способ решения задач, а также развиваются навыки аккуратного и быстрого выполнения чертежа, пользования координатной сеткой, простейшими чертёжными инструментами.

На уроках физики графический метод используется начиная с 7-го класса, но у большинства учеников возникают затруднения с их решением, так как отведено меньше времени, чем на уроках математики.

Применение графического метода способствует укреплению связи физики и математики ещё и потому, что в ЕГЭ содержатся всегда графические задания.

Давайте разберём некоторые типы заданий по физике, содержащие графики и трудности. Для примера воспользуемся заданием из демо-версии и итоговой аттестации по физике.

Решение любой физической задачи состоит из трёх основных частей:

- краткая запись
- анализ и решение
- ответ

Очень часто графики встречаются при решении задач по механике и тепловым явлениям, редко- в задачах по электричеству, электромагнетизму, в квантовой физике.

При работе с графиком можно выделить следующие функции:

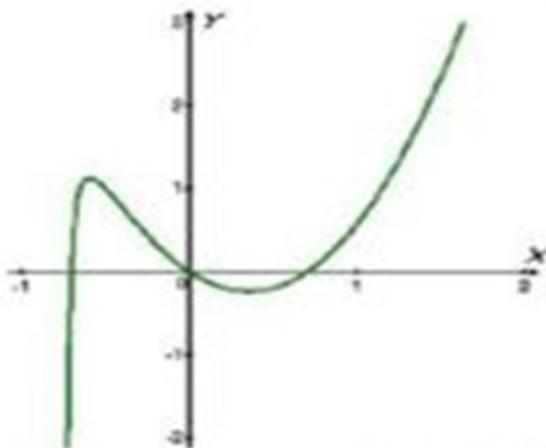
- 1 решение задач табличным способом

1. Табличный способ. Удобен тем, что позволяет найти значения функции имеющих в таблице значений аргумента без вычислений.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y=2^x$	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
Пример задания функции таблицей										

2 решение задач графическим способом, включающее построение графиков

2. Графический способ. Графиком функции $y = f(x)$ называется множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют данному уравнению.



3 решение задач аналитическим способом

Аналитический способ. Чаще всего закон, устанавливающий связь между аргументом и функцией, задается посредством формул.

$$y = \frac{k}{x}, y = x^3, y = |x|.$$

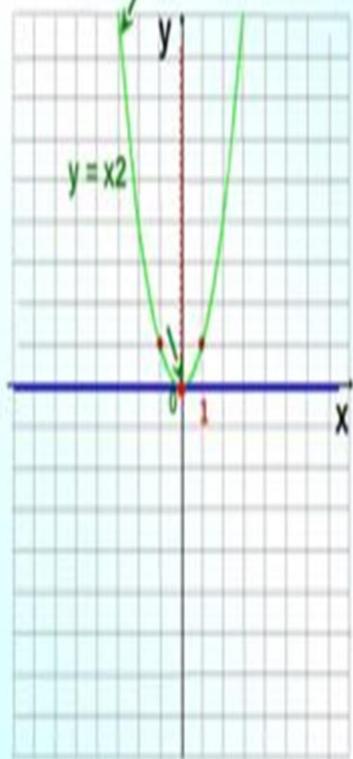
$F(x, y) = 0$ функция $y = f(x)$ задана неявно.

4 решение задач словестным способом

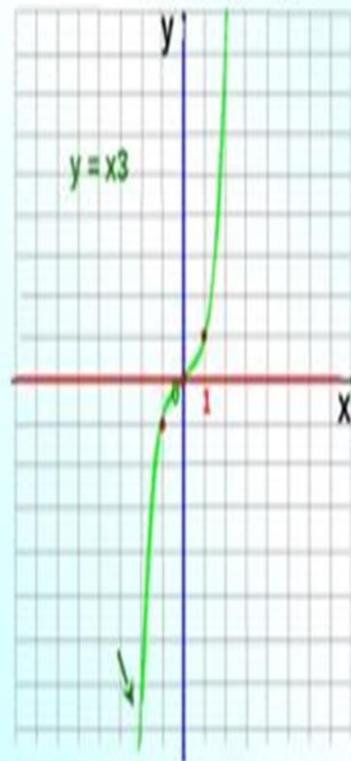
Словесный способ. Этот способ состоит в том, что функциональная зависимость выражается словами.

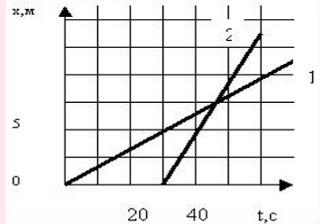
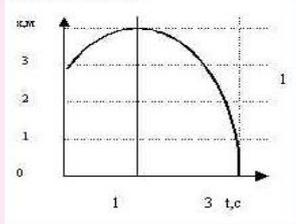


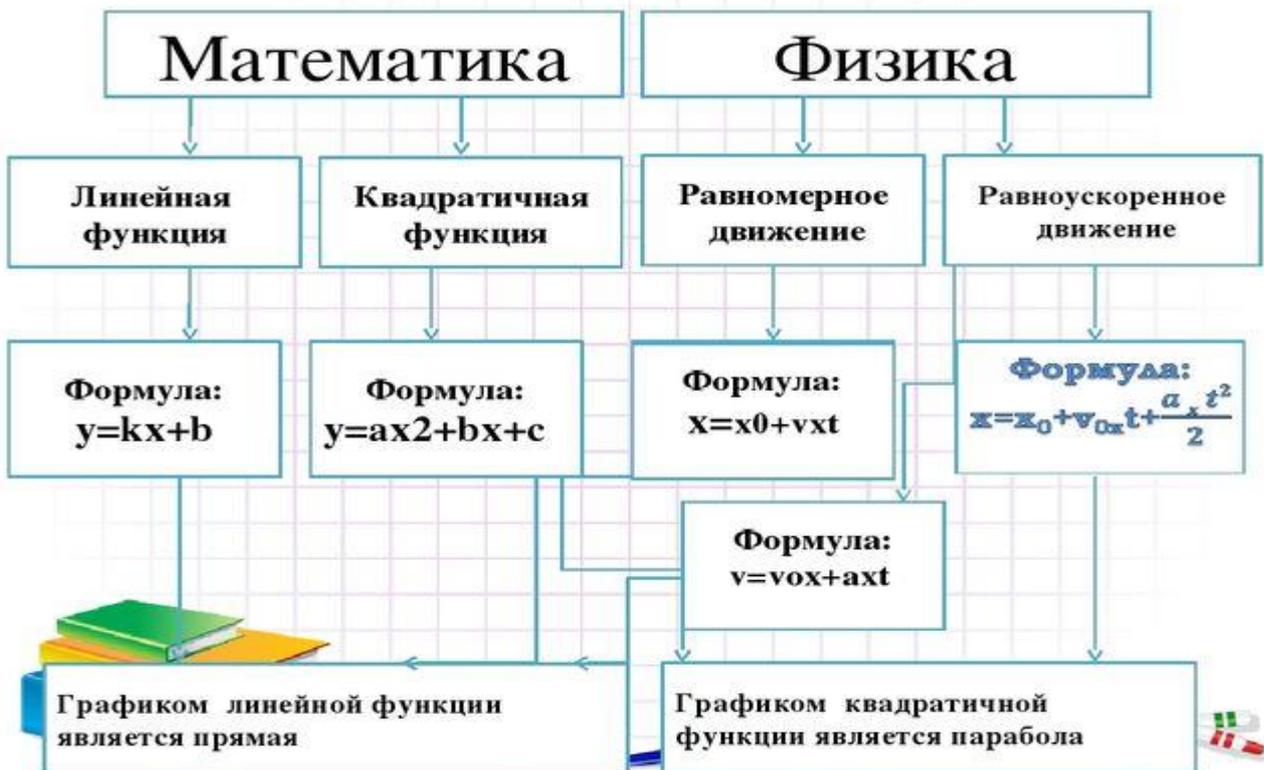
При $a=2$ $y=x^2$



При $a=3$, $y=x^3$



	математика	физика	график
Линейная функция	$y = b + kx$ b – точка пересечения графика функции с осью ординат k – угловой коэффициент прямой	$x = x_0 + vt$ (равномерное движение) $v = v_0 + at$ (равнопеременное движение) $x_0; v_0$ v; a	прямая 
Квадратичная функция	$y = ax^2 + bx + c$ a > 0 – ветви параболы направлены вверх; a < 0 – ветви параболы направлены вниз	$x = x_0 + v_0t + (a/2)t^2$ (равнопеременное движение) a > 0 – равноускоренное движение; a < 0 – равнозамедленное движение	парабола 



Можно много приводить примеров, которые указывают и доказывают то, что получение математических знаний, в дальнейшем помогают школьникам в изучении физики. Физика и математика взаимодействуют друг с другом, начиная с 5 класса и по 11 класс. Не знание математического аппарата, дальнейшего изучения физики просто невозможно.

Математика является неотъемлемой частью любых сфер деятельности: от экономики, физики до искусства, живописи.

Но все же если говорить о изучении школьных дисциплин, то роль математики при изучении физики явно прослеживается. И на частый вопрос учеников: «Где мне пригодится ваша математика (уравнения, логорифмы и т.д)?» - на уроках физики можно получить ответы. Эти две дисциплины безусловно связаны между собой. Поэтому и изучение этих предметов в школах должно происходить в тесной взаимосвязи.

Таким образом будет выполняться сразу ряд задач:

1. Будет формироваться единое представление, общая картина о процессах в различной технике, физических явлениях природы и др.
2. Отпадает необходимость на уроках физики обучать детей каким либо расчетам, способам вычисления и преобразования вычислений, так как многое к 7 классу уже пройдено на уроках математики. Я говорю о таких темах как, например: числовые и буквенные выражения, уравнения и др. А в 10-11 классах при подготовке к ЕГЭ и решении «физических задач», учителям математики, не приходится углубляться в физику. Т.о не происходит повторного изучения (дублирования) информации.
3. При более серьезном изучении двух дисциплин происходит постоянное вынужденное развитие каждой. Ведь математика нужна физике для того, чтобы описывать процессы, модели, производить вычисления и преобразования. И когда возникает ситуация что инструментов математики недостаточно, например, для описания какого-либо процесса, это заставляет математику двигаться вперед, возможно даже, совершая новые открытия. Таким образом, взаимодействуя, эти дисциплины толкают друг друга к непрерывному развитию.

Но для изучения именно в этой работе хотелось бы остановиться конкретно на втором пункте. А именно, какие такие инструменты и навыки дает математика физике, и наоборот.

Уже в пятом классе есть темы, которые на первый взгляд никак не касаются физики, но начиная с первого года изучения физики, применяются на уроках.

Рассмотри некоторые такие темы:

1. «Числовые и буквенные выражения»

Приведу в качестве примера несколько определений из этой темы, и примеры применения этих определений на уроках физики.

Определение 1. Выражение содержащее не только числа и знаки действий, но и буквы, называются буквенными выражениями.

Пример «физических» буквенных выражений:

$F=m \cdot g$	$p_a = 10^5 \text{ Па}$	$t_{\text{падения}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$
Сила тяжести	Нормальное атмосферное давление	Время падения тела при горизонтально броске

Определение 2. Значение буквенных выражений можно найти если знать значения входящих в них букв.

Пример задачи из физики:

Задача 1: Масса футбольно мяча 400 гр. Вычислите вес мяча и силу тяжести действующую на него.

Дано:	Решение
$m=400\text{гр}$ $g=10 \text{ Н/кг}$	$P=F_{\text{тяж}}=m \cdot g$ (применим наше определение, т.е подставим известные значения)
$P=? F_{\text{тяж}}=?$	$P=F_{\text{тяж}}=0,4\text{кг} \cdot 10 \text{ Н/кг}=4\text{Н}$ Ответ: 4 Н

Задача 2: Птица летит со скоростью 36 км/ч. Какой путь она преодолеет за 0,5 ч.

Дано:	Решение
$V=36 \text{ км/ч}$ $T=0.5 \text{ ч}$	$S=V \cdot t$ $S=36\text{км/ч} \cdot 0,5\text{ч}=18 \text{ км}$ (применим наше определение, т.е подставим известные значения)
$S=?$	Ответ: 18 км/ч Это задачи на движение, которые также часто решают на математике.

Определение 3. Числовые и буквенные выражения, составленные по каким либо данным, это перевод обычной речи на математический язык, т.е язык цифр, знаков, действий и других символов.

В нашем случае это определение применимо и для физики, в таком случае перевод обычной речи на физический язык и наоборот.

Пример 1. О чем нам может сказать следующее буквенное выражение

$$ЦД=(ВГ-НГ)/N$$

Переведем грубо говоря с «физического языка» на «русский язык»:

Чтобы определить цену деления шкалы, необходимо из значения верхней границы шкалы вычесть значение нижней границы шкалы и результат разделить на количество делений.

Пример 2.

$$V_{cp} = (S_1 + S_2 + S_3 + \dots)/(t_1 + t_2 + t_3 \dots)$$

Средняя скорость равна отношению сумму участков пути, пройденного телом, к промежутку времени за который этот путь пройден.

В данных примерах мы переводили формулы на «русский язык». Немного позже я приведу примеры, где очень важно для решения задач, будет умение перевести текст в буквенное выражение.

Еще одна, казалась бы элементарная тема изучаемая в 5 классе, а иногда даже в начальной школе, но при этом дающая необходимые навыки для решения на ЕГЭ заданий из раздела: «Нахождение величины из формулы».

Это тема: Нахождение неизвестных компонентов сложения, вычитания, умножения деления.

Основные определения

Сложение	Вычитание
Компоненты при сложении называют: слагаемое+слагаемое=сумма	Компоненты при вычитании, называются: уменьшаемое-вычитаемое= разность
а+в=с	а-в=с
Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое.	Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно к разности прибавить вычитаемое.

	Чтобы найти неизвестное вычитаемое нужно из уменьшаемого вычесть разность.
Умножение	Деление
Компоненты при умножении называются: множитель*множитель = произведение	Компоненты при делении называются: делимое : делитель=частное
а*в=с	а:в=с
Чтобы найти неизвестный множитель, нужно произведение разделить на известный множитель	Чтобы найти неизвестное делимое, нужно делитель умножить на частное. Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое разделить на частное.

Несмотря, на элементарность данных определений, будущие выпускники при решении пробных вариантов ЕГЭ, либо допускали ошибки, либо просто не понимали что для решения задачи не нужно особых знаний в области физики, а достаточно просто знание вышеперечисленных правил.

Пример 1. Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{\vartheta^2 t}{R}$, где ϑ - напряжение (в вольтах), R-сопротивление (в омах), t – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите t (в секундах), если $A=35$, $\vartheta=5$ В, и $R=5$ Ом

Решение. Имеем формулу $A = \frac{\vartheta^2 t}{R}$. Подставим известные из условия величины: $\frac{5^2 t}{5} = 35$. Найдем неизвестное делимое $5^2 t = 35 * 5$, имеем $5^2 t = 175$ или $25t=175$. Найдем неизвестный множитель $t=175:25$. Получаем $t=7$ с.

Ответ. Время составляет 7 с.

Пример 2. Кинетическая энергия тела (в джоулях) вычисляется по формуле $E = \frac{m\vartheta^2}{2}$, где m – масса тела (в кг) а -его скорость в м/с. Пользуясь формулой найдите m, если $\vartheta=6$ м/с, $E=270$ Дж.

Решение. Имеем формулу $E = \frac{m\vartheta^2}{2}$, нам необходимо найти m, следовательно найдем сначала неизвестное делимое $m\vartheta^2 = 2E$. Теперь m- это неизвестный множитель, найдем его $m = \frac{2E}{\vartheta^2}$. Осталось просто подставить вместо букв известные значения. $m = \frac{2*270}{6^2} \Rightarrow m=540/36=15$.

Ответ. Масса тела составляет 15 кг.

Мы рассмотрели темы только из курса математики пятого класса. Естественно, что с каждым годом изучение математики становится все глубже, тем самым позволяя решать более сложные физические задачи, для решения которых необходимо знания о вычислении процентов, степеней, корней и другое.

Рассмотрим так называемые «физические задачи» из соответствующего раздела в ЕГЭ.

Пример 1. Коэффициент полезного действия теплового двигателя вычисляется по формуле $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} * 100\%$. При каком наименьшем значении температуры нагревателя T_1 коэффициент полезного действия двигателя будет не менее 75%, если температура холодильника $T_2 = 350$ К?

Решение. Ранее, в этой работе, мы говорили, что числовые и буквенные выражения, составленные по каким либо данным, это перевод обычной речи на математический язык. Мы даже привели пример, где физические формулы были переведены на «русский язык». В этой задаче, предлагаю поступить наоборот, перевести с «русского языка» в физическую формулу. Возьмем фразу: «Коэффициент полезного действия двигателя будет не менее 75%. Коэффициент полезного действия это η . Фраза – «не менее 75%» подразумевает больше или хотя бы равно 75%, т.е может быть записана как: $\geq 75\%$.

Имеем следующую запись данного выражения: $\eta \geq 75\%$. (1)

По условию задачи, нам сказано, что $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} * 100\%$. (2)

Подставим то чему равно η во (2) выражении в (1), и получим, что решение задачи сводится к решению неравенства:

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} * 100\% \geq 75\%.$$

Подставим известные нам величины из условия задачи:

$$\frac{T_1 - 350}{T_1} * 100\% \geq 75\%.$$

$$\frac{T_1 - 350}{T_1} \geq 0,75.$$

$$T_1 - 350 \geq 0,75T_1$$

$$T_1 - 0,75T_1 \geq 350$$

$$T_1 \geq 1400$$

Ответ. Наименьшее искомое значение температуры нагревания равно 1400 К.

Рассмотрим еще одну «физическую задачу», в которой необходимы знания решения квадратных уравнений, а также метод интервалов.

Пример 2. Изменение высоты полета брошенного вертикально вверх мяча описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 30t$, где h – высота в метрах, t – время в секундах. Сколько секунд мяч находился на высоте не менее 25 метров?

Решение. На примере прошлой задачи, мы можем записать фразу: «Сколько секунд мяч находился на высоте не менее 25 метров?», - следующим образом.

$$h(t) \geq 25$$

зная, что $h(t) = -5t^2 + 30t$, заменим значение $h(t)$, в неравенстве выше и получим:

$$-5t^2 + 30t \geq 25 \text{ или}$$

$$5t^2 + 30t - 25 \leq 0$$

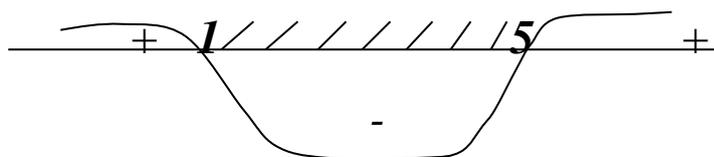
Для того, чтобы решить данное неравенство, решим сначала квадратное уравнение:

$$5t^2 + 30t - 25 = 0$$

$$D = 30^2 - 4 * 5 * (-25) = 900 - 500 = 400$$

$$t_1 = \frac{30 - \sqrt{400}}{5 * 2} = 1 \quad t_2 = \frac{30 + \sqrt{400}}{5 * 2} = 5$$

Применим метод интервалов



Таким образом $t \in [1; 5] \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 5 - 1 = 4$

Ответ. На высоте не менее 25 метров мяч находился в течение 4 секунд.

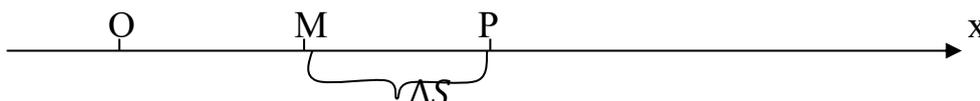
И последняя тема, которую я бы хотела рассмотреть, и которая изучается уже в 11 классе на уроках математики, это понятие производной.

Это наглядный пример того, когда задачи и вопросы возникающие в физике, произвольно в процессе решения, приводят к новым моделям математики. И самое важное, что полученные модели в последствии применяются при решении задач не только физики и математики, но и экономике, химии и т.д.

Рассмотрим такую задачу.

Пример. По прямой, на которой заданы начало отсчета, единица измерения (метр) и направление, движется некоторое тело (материальная точка). Закон движения задан формулой $S = S(t)$, где t - время (в секундах), $S(t)$ – положение тела на прямой (координата движущейся точки), в момент времени t по отношению к началу отсчета в метрах. Найти скорость движения тела в момент времени t (в м/с).

Решение. Предположим, что в момент времени t тело находилось в точке M , пройдя путь от начала движения $OM = S(t)$.



Дадим аргументу t приращение Δt и рассмотрим ситуацию в момент времени $t + \Delta t$. Координата материальной точки стала другой, тело в этот момент будет находиться в точке P пройдя путь от начала движения $OP = S(t + \Delta t)$.

Значит, за Δt секунд тело переместилось из точки M в точку P т.е прошло путь MP . Имеем: $MP + OP - OM = S(t + \Delta t) - S(t)$.

Полученную разность мы называем приращением функции $S(t + \Delta t) - S(t) = \Delta S$. Итак $MP = \Delta S$.

Пусть ΔS тело прошло за Δt секунд. Найдем среднюю скорость v_{cp} движения тела за промежуток времени $[t; t + \Delta t]$:

$$v_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ (м\c)}$$

Скорость $v(t)$ в момент времени t , это средняя скорость движения за промежуток времени $[t; t + \Delta t]$, при условии что Δt выбирается все меньше и меньше, иными словами при условии что $\Delta t \rightarrow 0$. Это значит, что

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cp}$$

Получаем:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

А теперь предлагаю взять определение производной из учебника по математике и сравнить ее с полученным результатом задачи разобранный выше.

Определение. Пусть функция $y = f(x)$, определена в точке x и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx , такое чтобы не выйти из указанной окрестности. Найдем соответствующее приращение функции Δy и

составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если существует предел этого отношения при $\Delta x \rightarrow 0$, то указанный предел называют производной функции $y=f(x)$ в точке x и обозначают $f'(x)$.

Итак

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = f'(x)$$

Таким образом, физический смысл производной состоит в следующем. Если $S(t)$ – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t , т.е формулу полученную в задаче $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$ заменим на $v = S'(t)$.

Подводя итоги, можно с уверенностью сказать, что взаимодействие предметов физика и математика очевидно. Поэтому и процесс обучения должен строиться тесной межпредметной связи. Что позволит ученикам более эффективно усваивать материал, а так же сформируются навыки применения знаний на практике. Умение составлять уравнения, неравенства, выполнять алгебраические преобразования, сделают уроки физики более понятными и существенно сэкономят время.